

Um estudo numérico e analítico da equação de Poisson em uma dimensão - Função de Green - e o problema de Sturm-Liouville

JOAO PEDRO CORONA GAVA (Autor), FELIPE ROGERIO PIMENTEL (DEMAT) (Orientador), EDER MARINHO MARTINS (Co-Orientador)

Neste trabalho faremos primeiramente um estudo numérico da resolução do Problema de Sturm-Liouville $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$, $a < x < b$, $y(a) = c$, $y(b) = d$, (1) onde “p”, “q” e “r” são funções contínuas no intervalo $[a,b]$. Para tanto usaremos o método numérico de diferenças finitas com o objetivo central de discretizarmos a equação diferencial em (1) transformando-a, assim, num sistema de equações lineares. Para a resolução do sistema resultante adotaremos o método de Eliminação Gaussiana para sistemas lineares tridiagonais. Em seguida usaremos novamente o método de diferenças finitas para a discretização do Problema de Poisson unidimensional com condições de fronteira de Dirichlet - $u''(x) = f(x)$, $0 < x < 1$, $u(0) = u(1) = 0$ (2), onde $f(x)$ é uma função de classe C^2 . Na abordagem do problema (2) - embora sendo um caso particular de (1) quando $r(x)$ também é de classe C^2 - será introduzida a Função de Green, $G(x,y) = y(1-x)$, se $0 \leq y \leq x$; $G(x,y) = x(1-y)$, se $x \leq y \leq 1$ (OBS: \leq representa “menor ou igual”) Aqui o objetivo será expressarmos a solução de (2) em termos de $G(x,y)$, tanto na versão contínua quanto na versão discreta. Toda a implementação numérica será feita usando o software Octave, de domínio público. O erro da aproximação bem como a convergência do método numérico serão devidamente analisados. Como previsto no projeto, faremos futuramente o estudo do problema de Poisson bidimensional. Todavia, por se tratar de uma Equação Diferencial Parcial, foram necessários alguns estudos preliminares, tais como o Problema de Cauchy e a Equação da Onda, que serão devidamente apresentados neste trabalho.

Instituição de Ensino: Universidade Federal de Ouro Preto