Um estudo numérico e analítico da equação de Poisson em uma dimensão – Função de Green – e o problema de Sturm-Liouville

JOAO PEDRO CORONA GAVA (Autor), FELIPE ROGERIO PIMENTEL (DEMAT) (Orientador), EDER MARINHO MARTINS (Co-Orientador)

Instituição de Ensino - Universidade Federal de Ouro Preto

Palavras Chaves:

Problema de Poisson. Diferenças finitas. Função de Green. Sturm-Liouville. Sistemas Tridiagonais.

Resumo:

Neste trabalho faremos primeiramente um estudo numérico da resolução do Problema de Sturm-Liouville y ’’ + p(x) y ’ + q(x) y = r(x), a < x < b, y(a) = c, y(b) = d, (1) onde “p”, “q” e “r” são funções contínuas no intervalo [a,b]. Para tanto usaremos o método numérico de diferenças finitas com o objetivo central de discretizarmos a equação diferencial em (1) transformando-a, assim, num sistema de equações lineares. Para a resolução do sistema resultante adotaremos o método de Eliminação Gaussiana para sistemas lineares tridiagonais. Em seguida usaremos novamente o método de diferenças finitas para a discretização do Problema de Poisson unidimensional com condições de fronteira de Dirichlet – u ’’ (x) = f (x), 0 < x < 1, u (0) = u (1) = 0 (2) , onde f(x) é uma função de classe C^2. Na abordagem do problema (2) – embora sendo um caso particular de (1) quando r(x) também é de classe C^2 – será introduzida a Função de Green, G(x,y) = y (1-x), se 0 <= y <= x; G(x,y) = x (1-y), se x <= y <= 1 (OBS: <= representa “menor ou igual”) Aqui o objetivo será expressarmos a solução de (2) em termos de G(x,y), tanto na versão contínua quanto na versão discreta. Toda a implementação numérica será feita usando o software Octave, de domínio público. O erro da aproximação bem como a convergência do método numérico serão devidamente analisados. Como previsto no projeto, faremos futuramente o estudo do problema de Poisson bidimensional. Todavia, por se tratar de uma Equação Diferencial Parcial, foram necessários alguns estudos preliminares, tais como o Problema de Cauchy e a Equação da Onda, que serão devidamente apresentados neste trabalho.

Publicado em:

- Evento:Encontro de Saberes 2016
- Área:CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
- Subárea:MATEMÁTICA